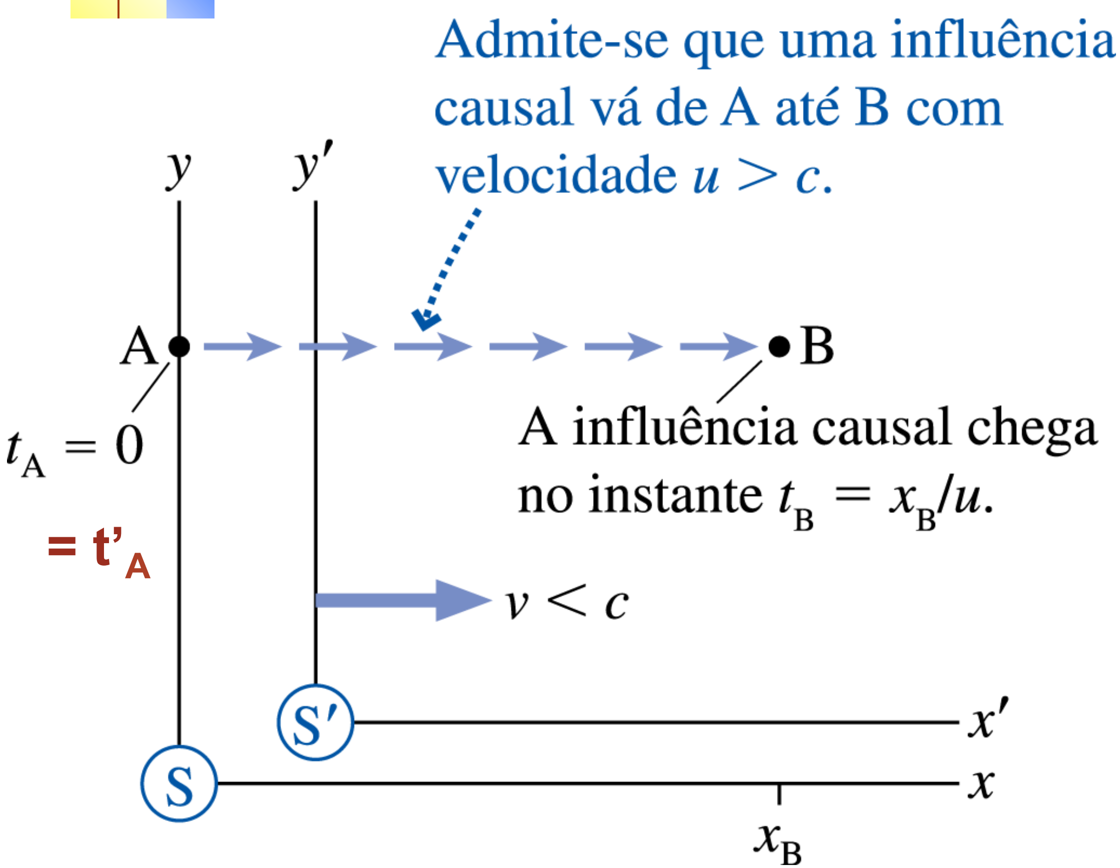
Pode algo andar mais rápido que a luz?



P: Se $v > (c/u).c$, então o instante t'_B (com relação ao ref. S') satisfaz

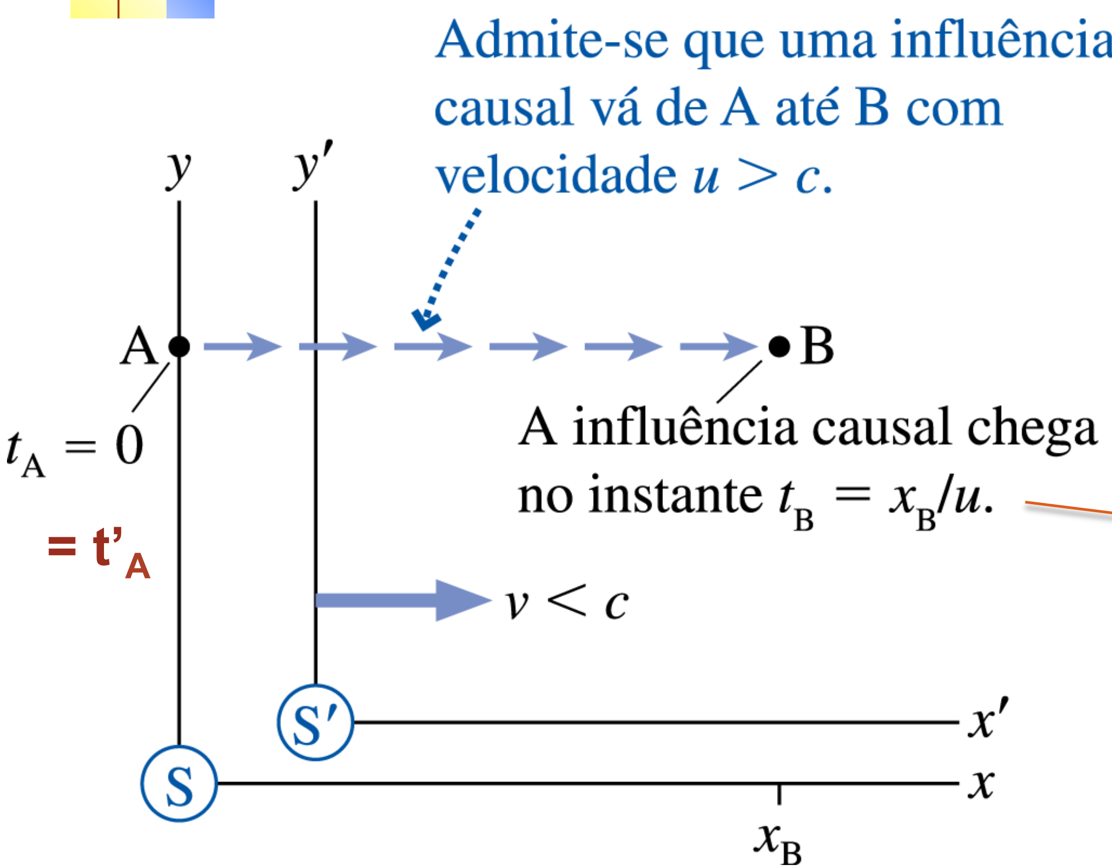
A) $t'_B > t_B$

B) $t'_B = t_B$

C) $t_B > t'_B > 0$

D) $t_B > 0 > t'_B$

Pode algo andar mais rápido que a luz?



$= t'_A$

Visto do ref. *S'*:

$$t'_A = \gamma\left(t_A - \frac{v}{c^2}x_A\right) = 0$$

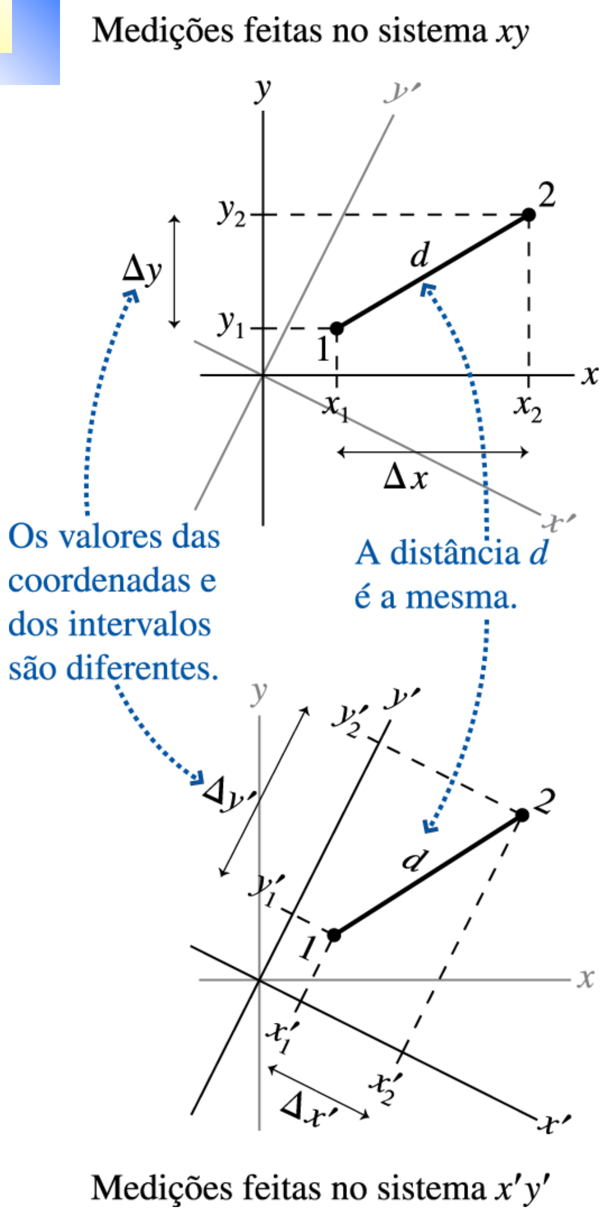
$$t'_B = \gamma\left(t_B - \frac{v}{c^2}x_B\right)$$

$$= \gamma t_B\left(1 - \frac{vu}{c^2}\right)$$

Se v > (c/u).c : $t'_B < 0$!!

Se algo pudesse andar mais rápido que a luz, alguns observadores veriam **efeitos acontecerem antes das suas causas**, como num filme rodando ao contrário – absurdo!

O Intervalo entre 2 eventos



Na geometria usual, a **distância espacial** entre 2 pontos não depende da escolha da orientação dos eixos *x* e *y*

$$d^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2$$

$$= (\Delta x')^2 + (\Delta y')^2$$

O Intervalo entre 2 eventos

Em relatividade: o ***intervalo espaço-temporal*** entre dois eventos:

$$s^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$$

é independente do referencial inercial usado para medir *x* e *t*

2 eventos

E1: (x_1, t_1) ou (x'_1, t'_1)

E2: (x_2, t_2) ou (x'_2, t'_2)

$\Delta x = (x_2 - x_1)$; $\Delta t = (t_2 - t_1)$

$$c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 =$$

$$= \gamma^2 \left[c^2(\Delta t' + v\Delta x'/c^2)^2 - (\Delta x' + v\Delta t')^2\right]$$

$$= \cancel{\gamma^2} \left[c^2(\Delta t')^2(\cancel{1 - v^2/c^2}) + (\Delta x')^2(\cancel{v^2/c^2 - 1}) + \cancel{2v\Delta x'}\Delta t' - \cancel{2v\Delta x'}\Delta t'\right]$$

$$= c^2(\Delta t')^2 - (\Delta x')^2$$

O intervalo *s* não é relativo!!

O Intervalo entre 2 eventos

Obs1: mais geralmente: $\boldsymbol{s^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2 - (\Delta y)^2 - (\Delta z)^2}$

Obs2: Como ‘usar’ o intervalo espaço-temporal:
Se sabemos Δx e Δt entre 2 eventos no ref. S, e também (p. ex.) $\Delta t'$ no ref. S’, podemos facilmente obter $|\Delta x'|$, sem ter de usar todo o ‘poderio’ das transformaçõs de Lorentz...

O Intervalo entre 2 eventos

$$s^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$$

Considere os seguintes pares de eventos:

A) A1: Victor dispara um raio laser; A2: O raio atinge Ana

B) B1: o relógio de Peggy marca 13h; B2: o relógio de Peggy marca 14h

C) C1: Uma bomba explode 100m à esquerda de Ryan;
C2: Simultaneamente (no ref. de Ryan) outra bomba explode 100m à sua direita

P: Esses pares de eventos satisfazem

A) $s^2_A > 0, \; s^2_B = 0, \; s^2_C < 0$

B) $s^2_A = 0, \; s^2_B > 0, \; s^2_C < 0$

C) $s^2_A = 0, \; s^2_B < 0, \; s^2_C > 0$

D) $s^2_A < 0, \; s^2_B > 0, \; s^2_C = 0$

O Intervalo entre 2 eventos

$$s^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$$

O intervalo entre 2 eventos pode ser de 3 tipos distintos

1. **$s^2 > 0$: intervalo 'tipo tempo'.**

Ex: intervalo entre dois 'tiques' de um mesmo relógio.

- Nesse caso é possível que um dos eventos afete o outro, através de alguma influência causal que se propaga com $u = \Delta x/\Delta t < c$.

- Todos os observadores inerciais concordam quanto à ordem temporal desses eventos.

O Intervalo entre 2 eventos

$$s^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$$

O intervalo entre 2 eventos pode ser de 3 tipos distintos

2. $s^2 = 0$: intervalo 'nulo' ou 'tipo luz'.

Ex: intervalo entre a emissão e detecção de um raio de luz se propagando em linha reta.

- Nesse caso é possível que um dos eventos afete o outro, mas apenas através de uma influência que se propaga com $u = \Delta x/\Delta t = c$.

- Todos os observadores inerciais concordam quanto à ordem temporal desses eventos.

O Intervalo entre 2 eventos

$$s^2 = c^2(\Delta t)^2 - (\Delta x)^2$$

O intervalo entre 2 eventos pode ser de 3 tipos distintos

3. **$s^2 < 0$: intervalo 'tipo espaço'.**

Ex: intervalo entre duas bombas explodindo simultaneamente em posições diferentes de um dado referencial.

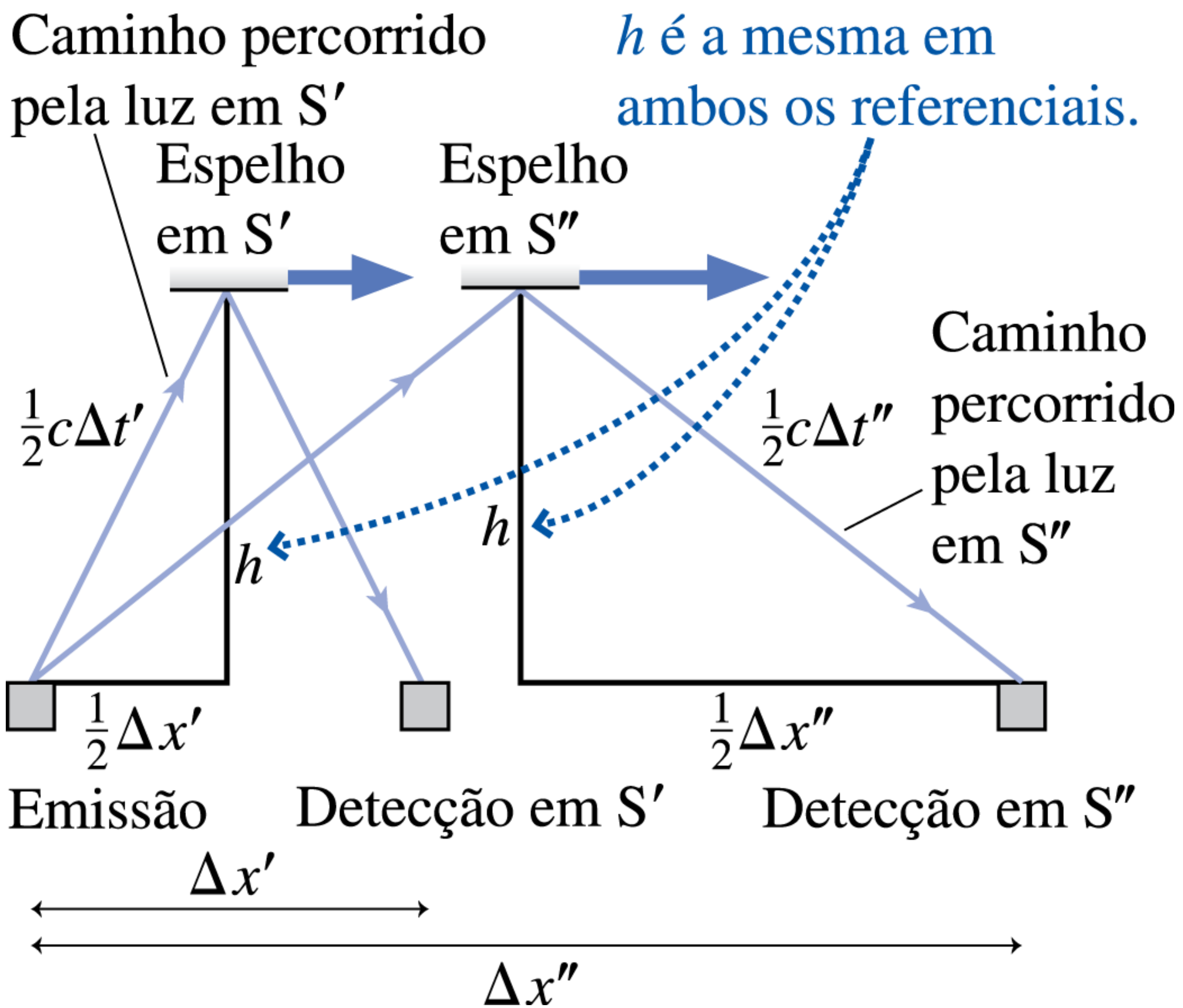
- Nesse caso não é possível que um dos eventos afete o outro, por qualquer influência que se propague com $u = \Delta x/\Delta t \leq c$.

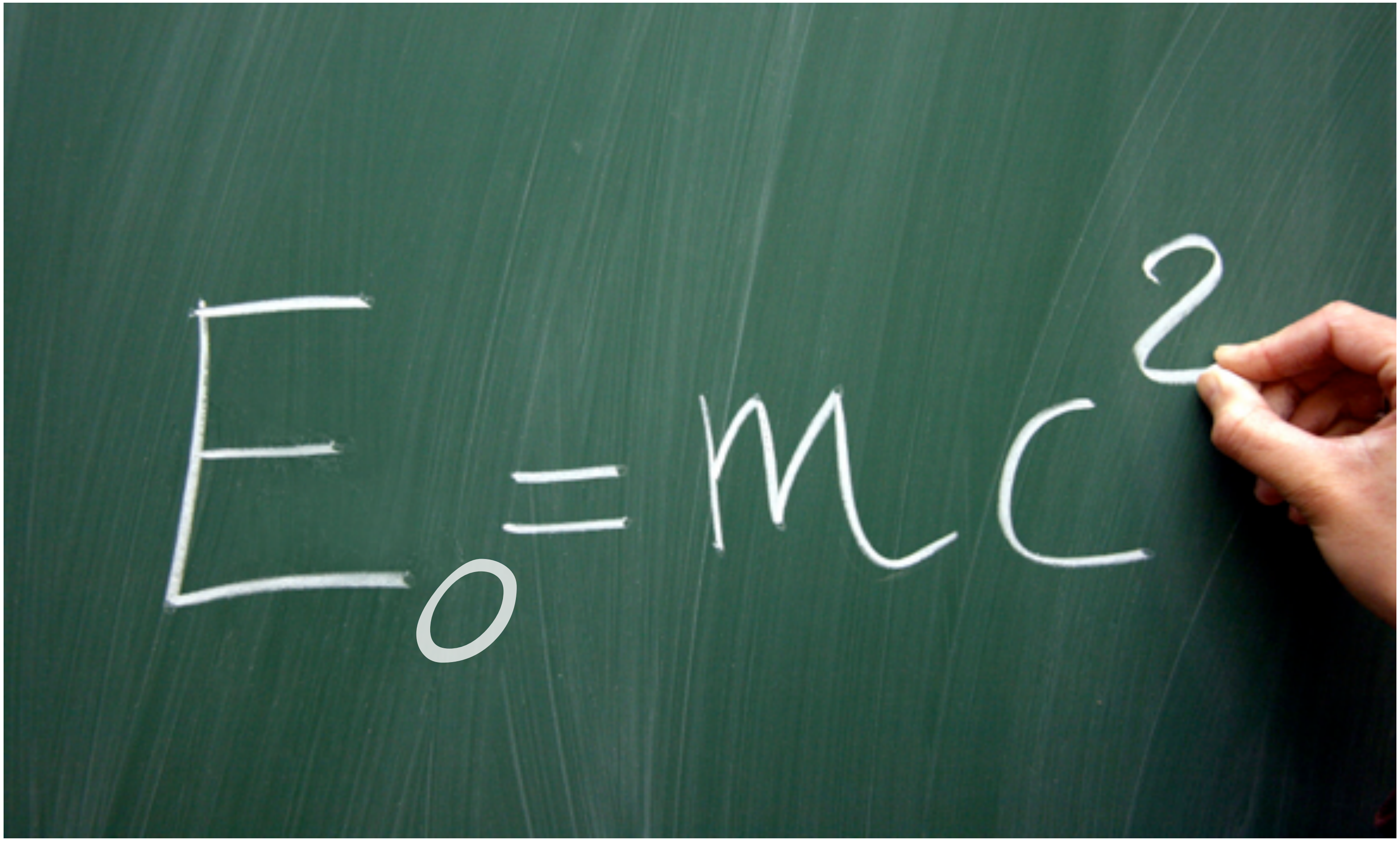
- Observadores inerciais distintos podem discordar quanto à ordem temporal desses eventos.

Interpretação Geométrica do Intervalo entre 2 eventos

E1: Luz é emitida

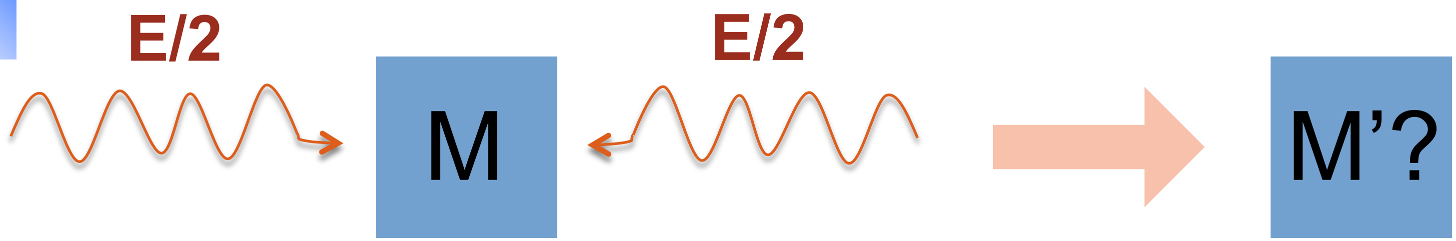
E2: Luz é detectada




$E_0 = mc^2$

$E_0 = mc^2$: Motivação (Einstein 1946)

$E_0 = mc^2$: Motivação



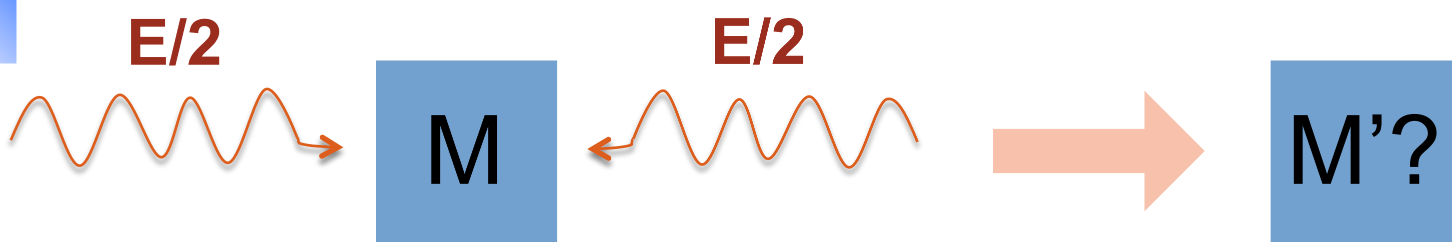
Um bloco de massa M absorve dois raios de luz infravermelha que propagam em sentidos opostos. A massa M’ do bloco após a absorção é

A) Igual a M

B) Maior que M

C) Menor que M

$E_0 = mc^2$: Motivação



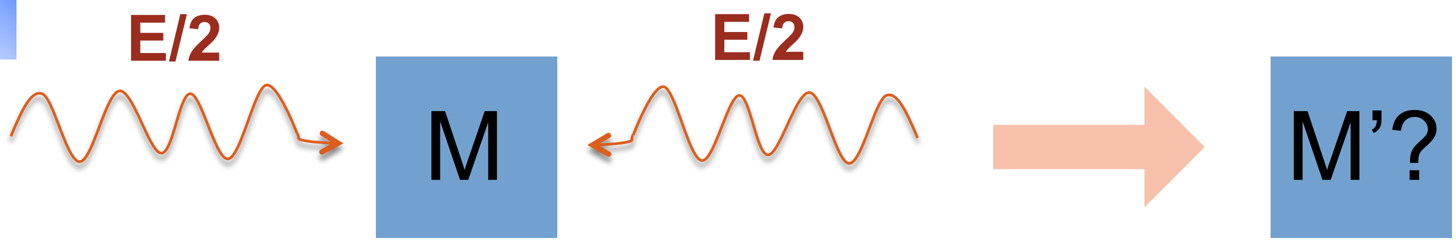
Em um referencial se movendo <u>para baixo</u> com velocidade *v* << *c*

sen α = v/c

$$dE = F dx = \frac{dp}{dt} dx$$
$$= \frac{dx}{dt} dp$$
$$= u dp$$

Cons. momento na dir. *y*: M'v = Mv + 2 (mom. *y* da luz)!

$E_0 = mc^2$: Motivação



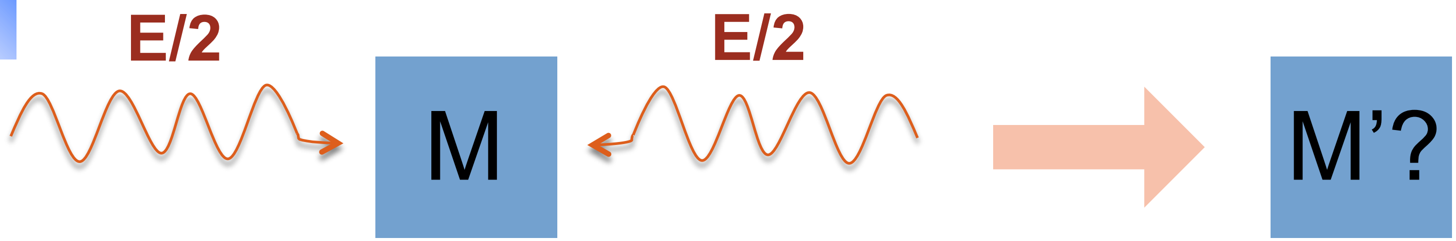
Em um referencial se movendo <u>para baixo</u> com velocidade $v \ll c$

sen α = v/c

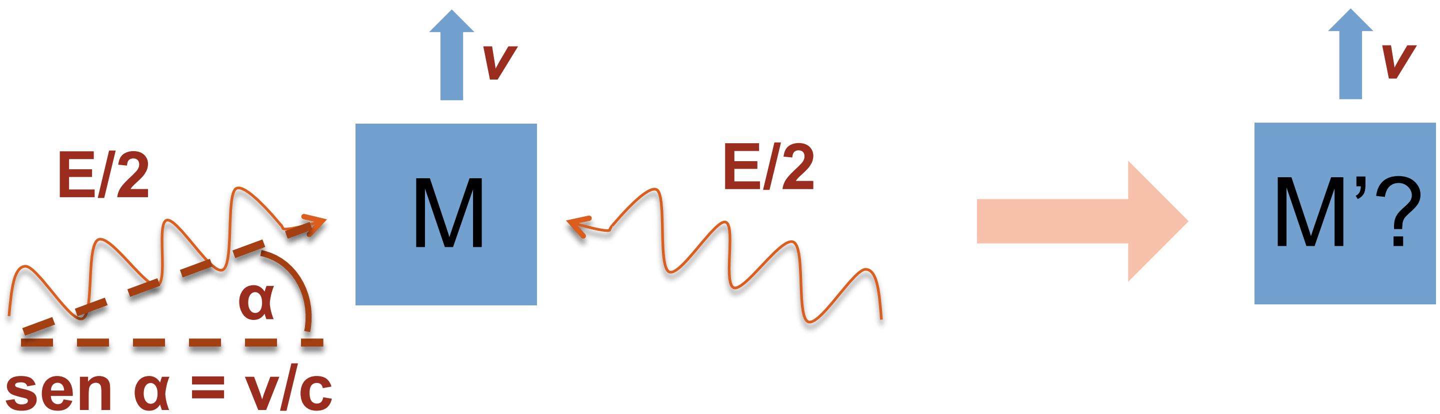
Cons. momento na dir. *y*: $M'v = Mv \underbrace{+ 2\left[(E/2c) \operatorname{sen} \alpha \right]}_{\text{momento linear da luz!}}$

$$\begin{aligned} dE = F dx &= \frac{dp}{dt} dx \\ &= \frac{dx}{dt} dp \\ &= u dp \end{aligned}$$

$E_0 = mc^2$: Motivação



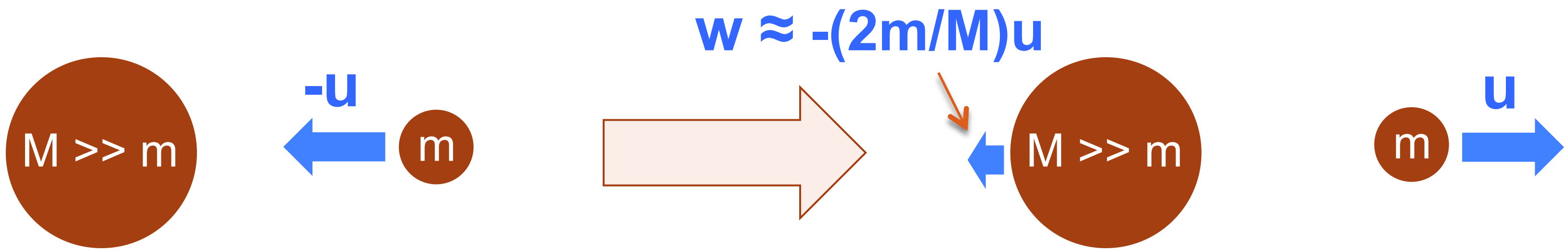
Em um referencial se movendo para baixo com velocidade *v* << *c*



Cons. momento na dir. *y*: $M'\cancel{v} = M\cancel{v} + E\,\cancel{v}/c^2$

$$\boxed{E = (M' - M)c^2\ !}$$

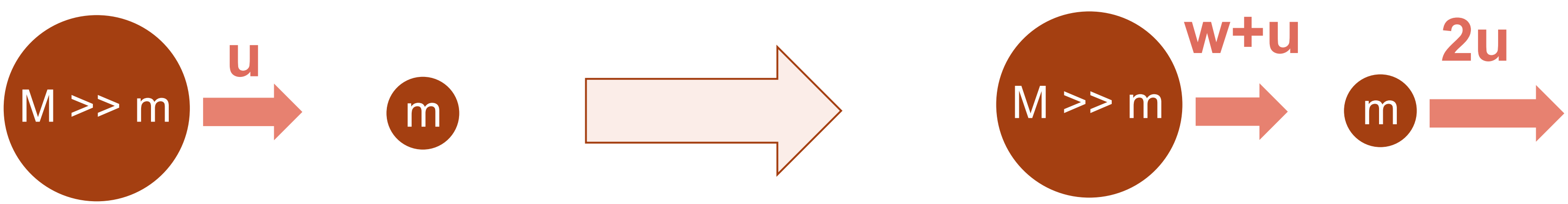
Choque de bolas leve e pesada: análise Newtoniana



$P^N_i = -mu$

$P^N_f = mu + Mw = -mu = P^N_i$

Mesma situação vista de um ref. S' se movendo com v = -u
de acordo com Transformações de Galileu

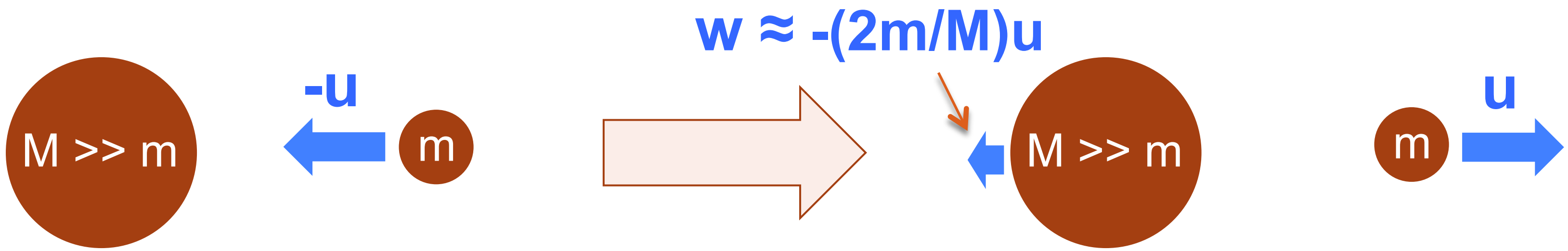


$P'^N_i = Mu$

$P'^N_f = 2mu + M(w+u) = Mu$

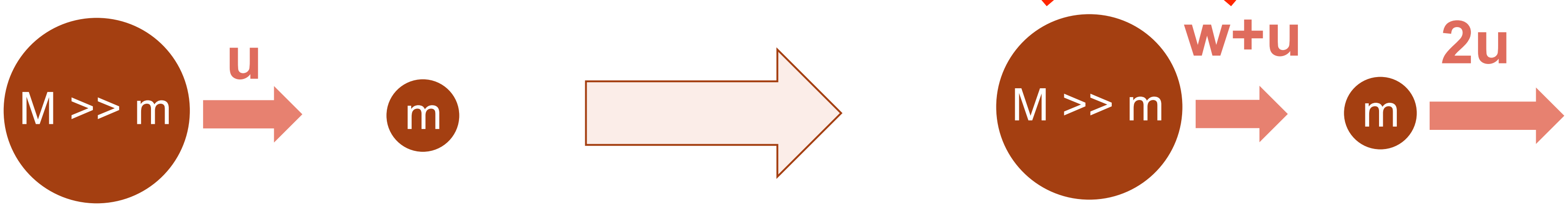
Se as transformações de Galileu estivessem corretas, P^N se conservaria em todos os referenciais inerciais

Choque de bolas leve e pesada: análise Newtoniana



$P^{N}_{i} = -mu$ $\qquad$ $P^{N}_{f} = mu + Mw = -mu = P^{N}_{i}$

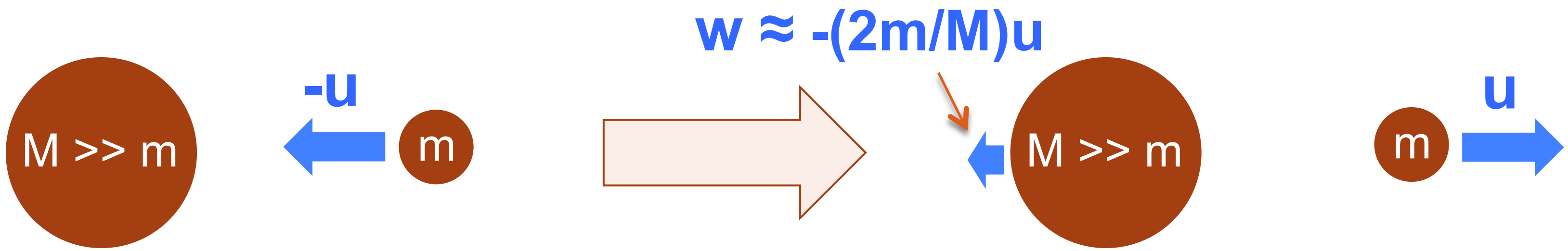
Mesma situação vista de um ref. S' se movendo com v = -u
de acordo com Transformações de Galileu



$P'^{N}_{i} = Mu$ $\qquad$ $P'^{N}_{f} = 2mu + M(w+u) = Mu$

Se as transformações de Galileu estivessem corretas, P^{N} se conservaria em todos os referenciais inerciais

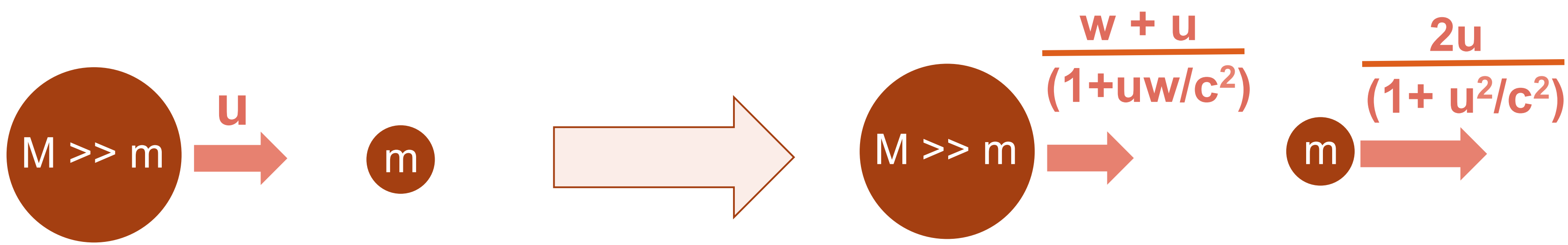
Choque de bolas leve e pesada: análise Relativística



$P^N_i = -mu$ $\qquad$ $P^N_f = mu + Mw = -mu = P^N_i$

Mesma situação vista de um ref. S' se movendo com v = -u de acordo com Transformações de Lorentz:

$$\mathrm{vel}' = \frac{\mathrm{vel} - \mathrm{v}}{1 - \frac{\mathrm{vel.v}}{c^2}}$$



$P'^N_i = Mu$ $\qquad$ $P'^N_f \neq Mu$!!

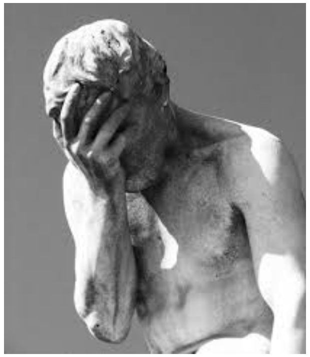
Se u é comparável a *c*, P^N NÃO é nem de longe conservado no ref. S'!

Energia e Momento linear Newtonianos

Moral: mesmo que P^N seja conservado em um ref. inercial, em geral NÃO será conservado em outros refs. inerciais!

Mas então, pelo princípio da relatividade, a conservação de P^N Newtoniano NÃO é uma lei da física !!?

2 opções possíveis



a) **Desistir de usar lei de conservação para momento**

b) **Procurar uma nova expressão relativística para o momento que seja conservada em todos os referenciais inerciais**

Momento linear relativístico

Solução (vide Moisés vol 4 seç 6.9 p/ uma demonstração parcial)

Redefinir *P*, tomando a derivada temporal em relação ao

tempo próprio τ da partícula

$$P_{Relativistico} = m\frac{dx}{d\tau} = m\frac{dx}{dt}\frac{dt}{d\tau} = \frac{mu}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \gamma_p P_{Newtoniano}$$

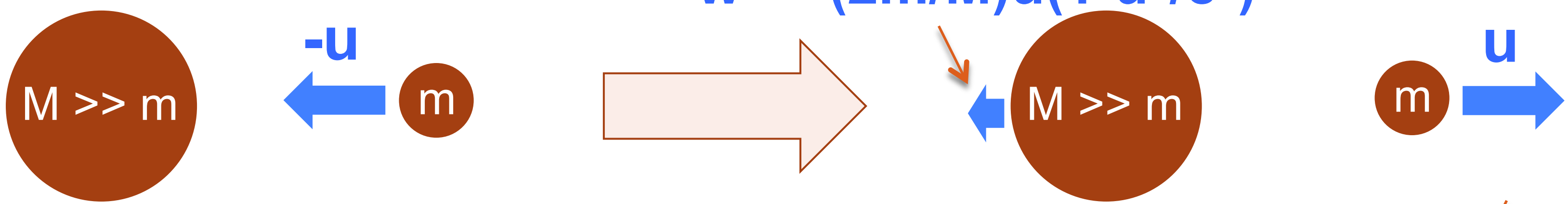
onde $\gamma_p = \dfrac{dt}{d\tau} = \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}}$

Obs 1: $\gamma_p \neq \gamma$ **!** (u é a velocidade **da partícula**, não do referencial *S'*)

Obs 2: quando $u \ll c$ **,** $\boldsymbol{P}_{Relativistico} \longrightarrow \boldsymbol{P}_{Newtoniano}$

Choque de bolas leve e pesada: análise Relativística

$w \approx -(2m/M)u(1-u^2/c^2)^{-1/2}$

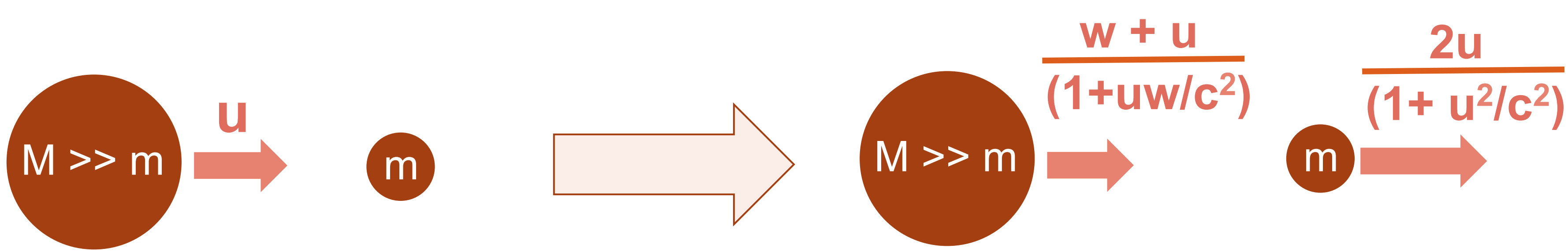


$P^R{}_i = -mu(1-u^2/c^2)^{-1/2}$

$P^R{}_f = mu(1-u^2/c^2)^{-1/2} + Mw(1-\cancel{w^2}/c^2)^{-1/2}$
$\approx -mu(1-u^2/c^2)^{-1/2} = P^R{}_i$

Mesma situação vista de um ref. S' se movendo com v = -u de acordo com Transformações de Lorentz:

$$\mathrm{vel}' = \frac{\mathrm{vel} - \mathrm{v}}{1 - \frac{\mathrm{vel.v}}{c^2}}$$



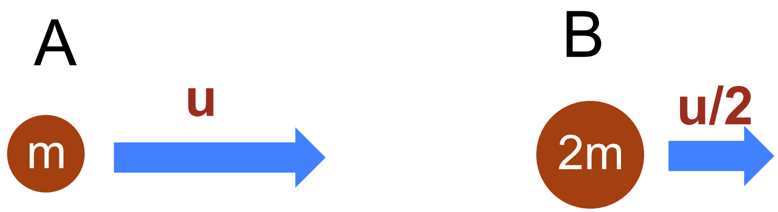
$P'^R{}_i = Mu(1-u^2/c^2)^{-1/2}$

contas… $P'^R{}_f = P'^R{}_i$!!

P^R é conservado tanto no ref S como no ref. S'!

Momento linear relativístico

$$P_{relat} = \gamma_p m u$$



A partícula A tem metade da massa mas o dobro da velocidade da partícula B. Os momentos lineares relativísticos das duas partículas satisfazem:

a) $p_A > p_B$
b) $p_A = p_B$
c) $p_A < p_B$
d) depende de *u*

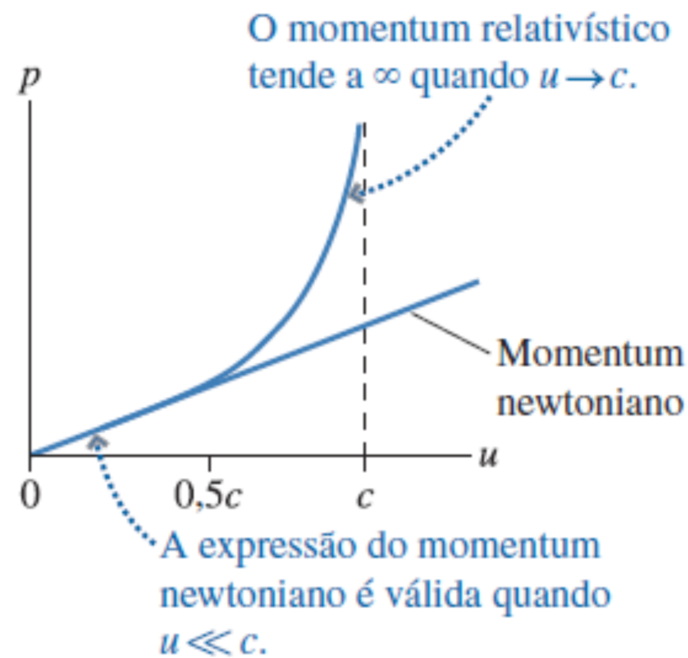
γ_p é maior para a partícula mais rápida!.

Momento linear relativístico vs clássico

$$P_{relat} = \gamma_p m u$$

Um elétron tem massa $m \approx 9 \cdot 10^{-31}$kg. A tabela abaixo compara os momentos clássico (Newtoniano) e Relativístico para um elétron em várias velocidades (unidade: 10^{-22}kg·m/s):

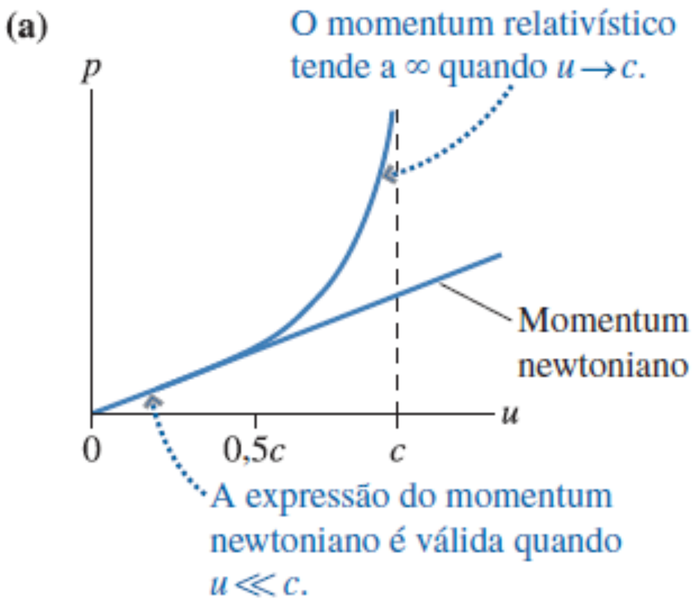
u	$p=m \cdot u$ clássico	$p=\gamma_p m \cdot u$ relativístico	diferença [%]
0.1c	0.273	0.276	1.1
0.5c	1.36	1.57	15.4
0.9c	2.46	5.63	128.9
0.99c	2.7	19.2	611.1



Partícula submetida a força constante

$$P_{Newtoniano} = mu = m\frac{dx}{dt}$$

$$P_{Relativistico} = \frac{mu}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \gamma_p mu$$



Def: **Força (relativística): F = dP_{relat} / dt**

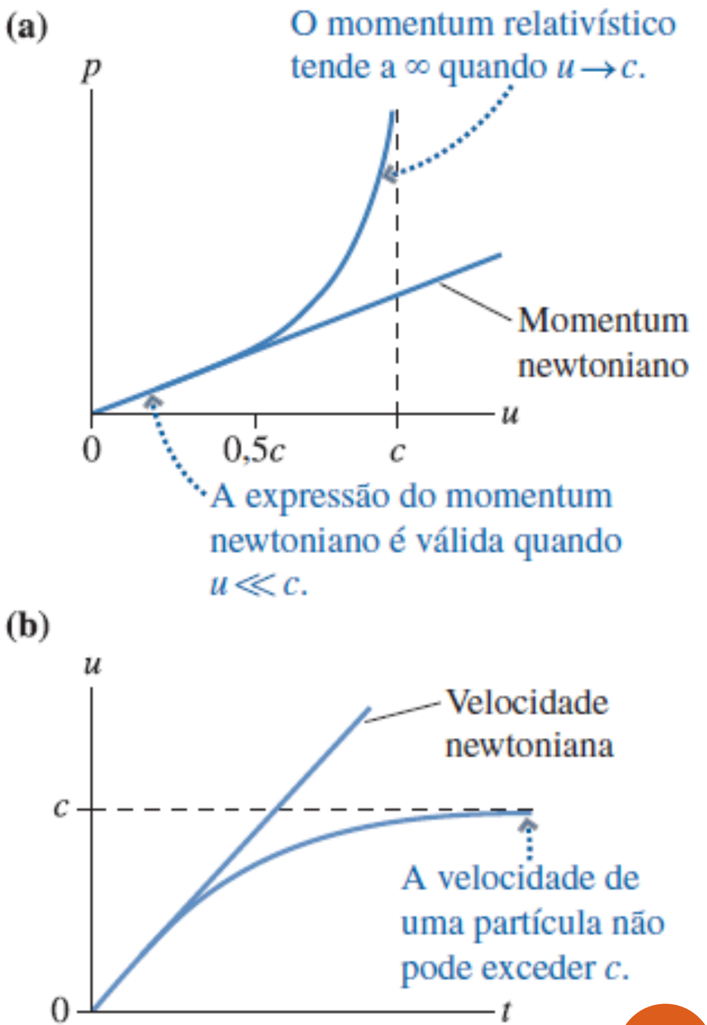
P: Como se comporta, em função do tempo t, a aceleração a = du/dt de uma partícula que sofre uma força *F* **constante**?

a) É constante, pois F = ma.
b) Cai com *t,* tendendo a zero.
c) Aumenta com *t,* tendendo a infinito.
d) Primeiro aumenta e depois cai com *t.*

Partícula submetida a força constante

$$P_{Newtoniano} = mu = m\frac{dx}{dt}$$

$$P_{Relativistico} = \frac{mu}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \gamma_p mu$$



Def: **Força (relativística): F = dP_{relat} / dt**

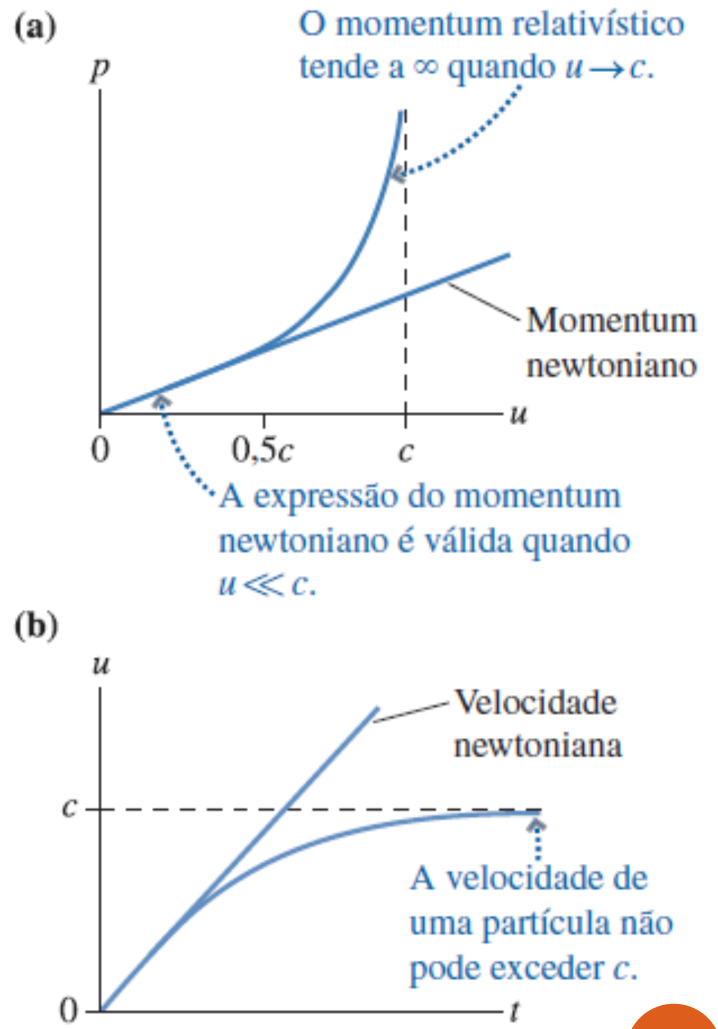
P: Como se comporta, em função do tempo t, a aceleração a = du/dt de uma partícula que sofre uma força *F* **constante**?

a) É constante, pois F = ma.
b) Cai com *t,* tendendo a zero.
c) Aumenta com *t,* tendendo a infinito.
d) Primeiro aumenta e depois cai com *t.*

Partícula submetida a força constante

$$P_{Newtoniano} = mu = m\frac{dx}{dt}$$

$$P_{Relativistico} = \frac{mu}{\sqrt{1-u^2/c^2}} = \gamma_p mu$$



Def: **Força (relativística): F = dP$_{relat}$ / dt**

P: Como se comporta, em função do tempo t, a aceleração a = du/dt de uma partícula que sofre uma força *F* **constante**?

a) É constante, pois F = ma.
b) Cai com *t*, tendendo a zero. F ≠ ma!
c) Aumenta com *t*, tendendo a infinito.
d) Primeiro aumenta e depois cai com *t*.

Partícula submetida a força constante

Dedução: considere uma partícula de massa *m*, inicialmente parada em $x = 0, t = 0$, a qual sofre uma força (relativística) F constante

$$F \equiv \frac{d}{dt}\left(\gamma_p m u\right)$$, portanto:

$$F \cdot dt = d\left(\gamma_p m u\right)$$

Integrando cada lado:
(Lembre-se, F é constante!)

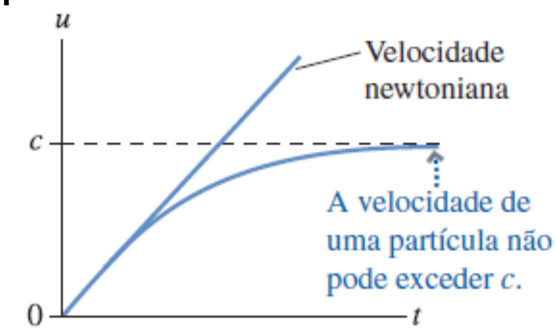
$$Ft = \gamma_p m u = p$$

Dividindo por γ_p e elevando ao quadrado:

$$m^2 u^2 = \frac{F^2 t^2}{\gamma_p^2} = F^2 t^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)$$

Juntando termos em u^2 e resolvendo para u:

$$u(t) = \frac{Fct}{\sqrt{(Ft)^2 + (mc)^2}}$$



Energia relativística

Como fizemos com o momento linear, queremos uma nova definição relativística para a energia *E*, que satisfaça duas condições:

1. Para velocidades baixas ($v \ll c$), a nova definição de *E* deve concordar com a definição clássica (*)

   (*) possivelmente a menos de uma constante, já que na física clássica sempre podemos escolher o ‘zero’ de energia de forma arbitrária.

2. A energia total (ΣE) de um sistema isolado deve ser conservada em todos os referenciais inerciais

Energia cinética clássica

Recordando Fís I: a **energia cinética *K*** de uma partícula de velocidade **u** equivale ao trabalho W realizado por uma força ***F*** conservativa que acelera a partícula desde o repouso até essa vel. final **u**:

$$K = \int_{repouso}^{f} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

Checando: usando a definição clássica: $\vec{F} \equiv \frac{d}{dt}\left(m\vec{u}\right),$

Chega-se à expressão familiar $K = ½\ mu^2$

Energia cinética relativística

<u>Definição</u>: a **energia cinética *K*** de uma partícula de velocidade **u** equivale ao trabalho W realizado por uma força [relativística] ***F*** conservativa que acelera a partícula desde o repouso até essa vel. final **u**:

$$K = \int_{repouso}^{f} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

Using a definição relativística: $\vec{F} \equiv \frac{d}{dt}\left(\gamma_p m \vec{u}\right)$

Algebra…
(v. notas
de aula)

chega-se à expressão:

$$\boxed{K = \gamma_p mc^2 - mc^2 = (\gamma_p - 1)mc^2}$$

Energia cinética relativística para uma partícula

Energia cinética relativística

$$K = \gamma_p mc^2 - mc^2 = (\gamma_p - 1)mc^2$$

Checando: para $u \ll c$, podemos aproximar γ_p usando a expansão

$$\gamma_p \approx 1 + \tfrac{1}{2}\, u^2/c^2$$

$$\rightarrow K \approx (1 + \tfrac{1}{2}\, u^2/c^2 - 1)\; mc^2 = \tfrac{1}{2}\, mu^2$$

Portanto, para baixas velocidades recuperamos a expressão Newtoniana !

Equivalentemente: se K << mc², podemos tratar o movimento da partícula usando física não-relativística

Equivalência Massa-Energia

Já vimos que é possível converter energia luminosa em massa.

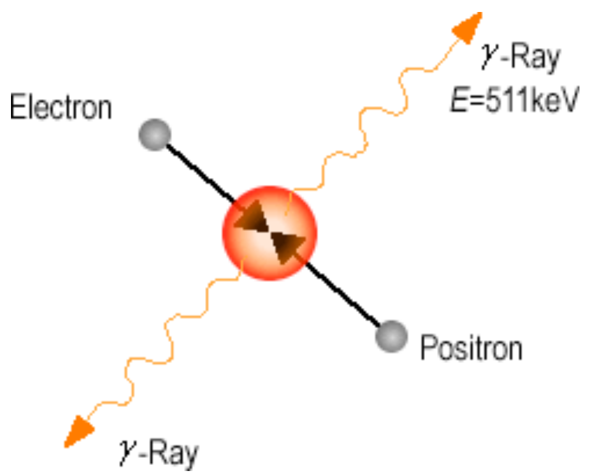
Na verdade isso é possível **para qualquer forma de energia**: uma qtde de energia E pode ser convertida em massa $m = E/c^2$.

O processo contrário tb é possível: ***qualquer massa m*** pode ser **convertida em energia,** a uma taxa $\mathbf{E_0 = mc^2}$. Chamamos esse valor de **energia de repouso** do corpo

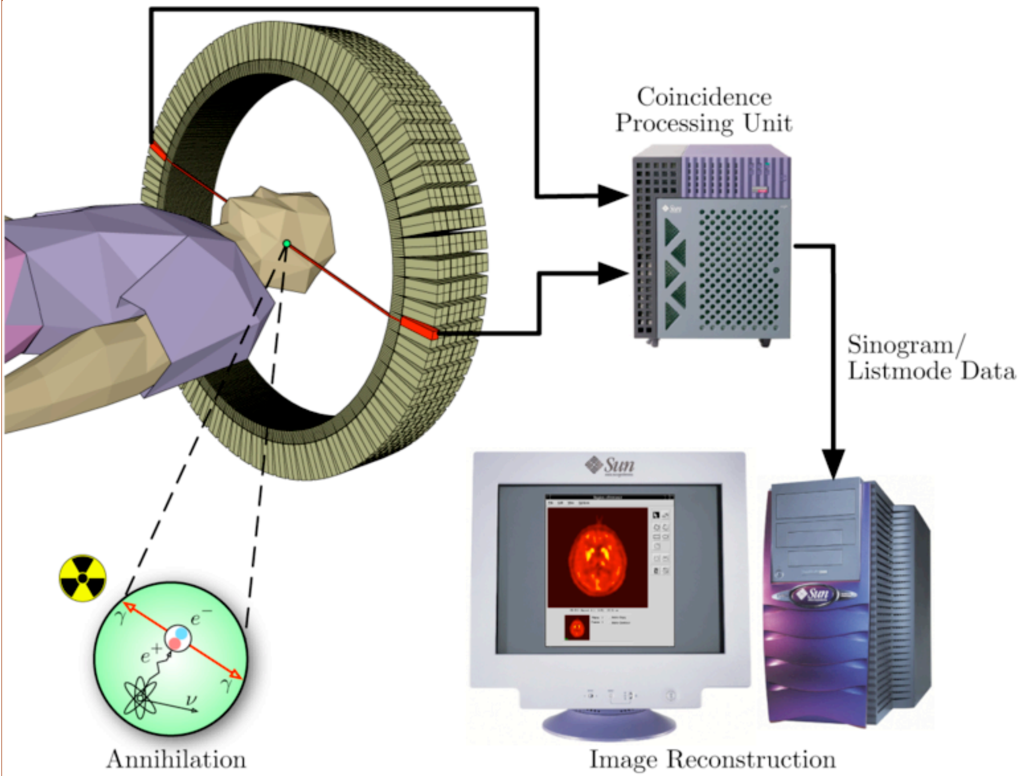
obs: até onde se sabe, o único processo físico onde essa conversão completa ocorre é a **aniquilação matéria-antimatéria**

Ex: um elétron pode se aniquilar com um pósitron, produzindo 2 raios-γ

P: por que têm de ser 2?

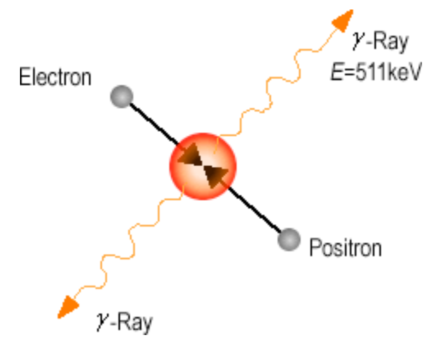


Tomografia por emissão de pósitrons



• A pessoa ingere um composto radioativo ('traçador') que se acumula preferencialmente em certos tecidos, e decai emitindo um pósitron e^{+}.

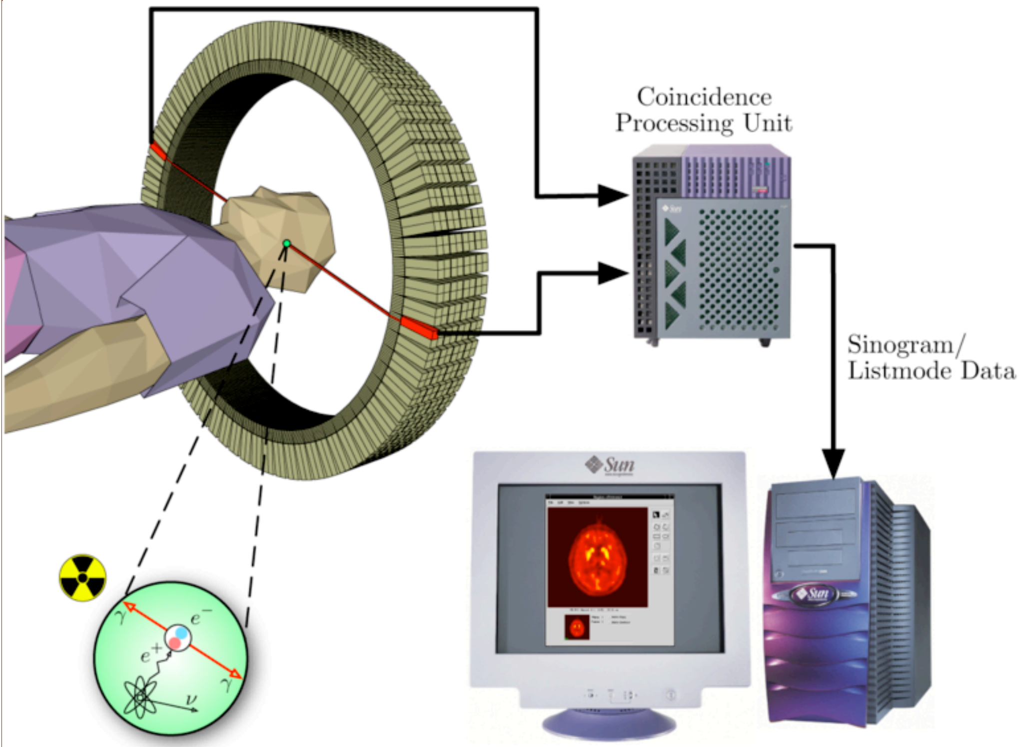
• Ao encontrar um elétron, ambos se aniquilam, produzindo um sinal característico de 2 raios-γ.

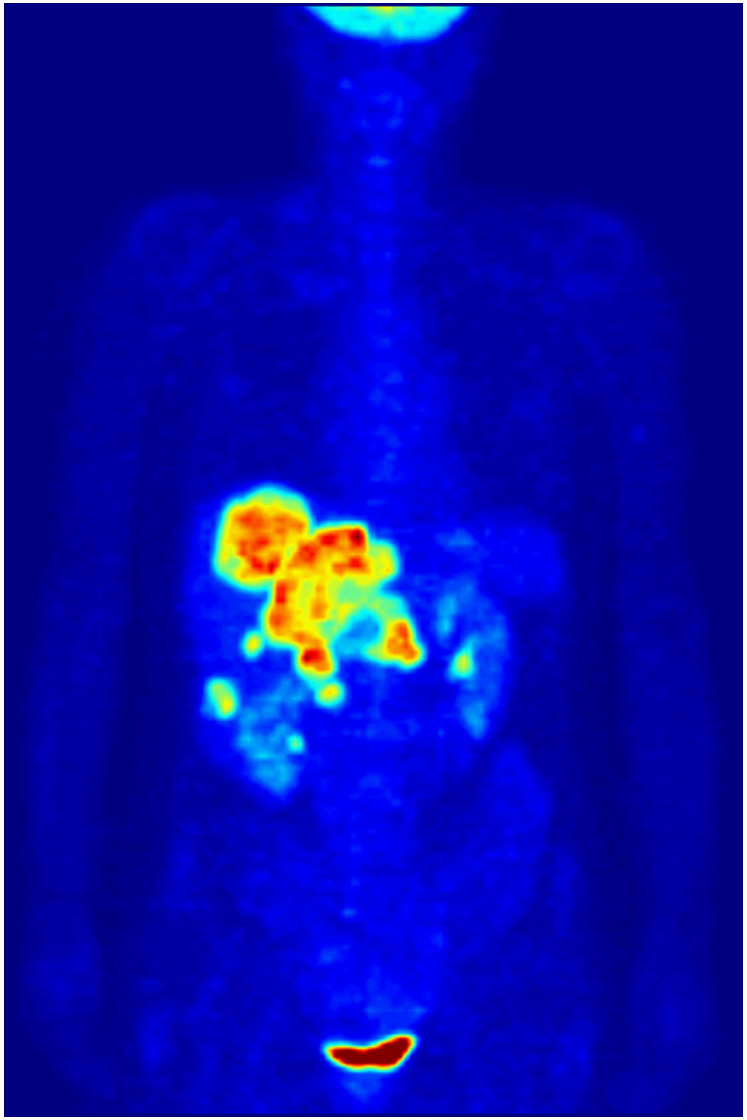


obs: não confundir com tomografia computadorizada (CAT-scan), que é baseada em raios-X

• Detectando os raios em coincidencia, determina-se o ponto de origem

Tomografia por emissão de pósitrons





Energia de repouso

P: Se você pudesse converter completamente 1kg de massa em energia, obteria uma quantidade semelhante à energia

a) obtida queimando 1 Tonelada de petróleo (~ 4 x10^{10} J)

b) liberada na explosão da bomba atômica de Hiroshima (~9x10^{13} J)

c) consumida no ano de 2013 no Estado do RJ (1,4x10^{17} J)

d) emitida pelo Sol em 1µs (3,8 x 10^{20} J)

$$E_0 = mc^2 = (1\ kg)\cdot(3\cdot 10^8\ {}^{m}/_{s})^2 = 9\cdot 10^{16}\ J$$

Aplicação: Fissão Nuclear do ^{235}U

Reação: $n + {}^{235}U \longrightarrow {}^{236}U \longrightarrow {}^{144}Ba + {}^{89}Kr + 3n$

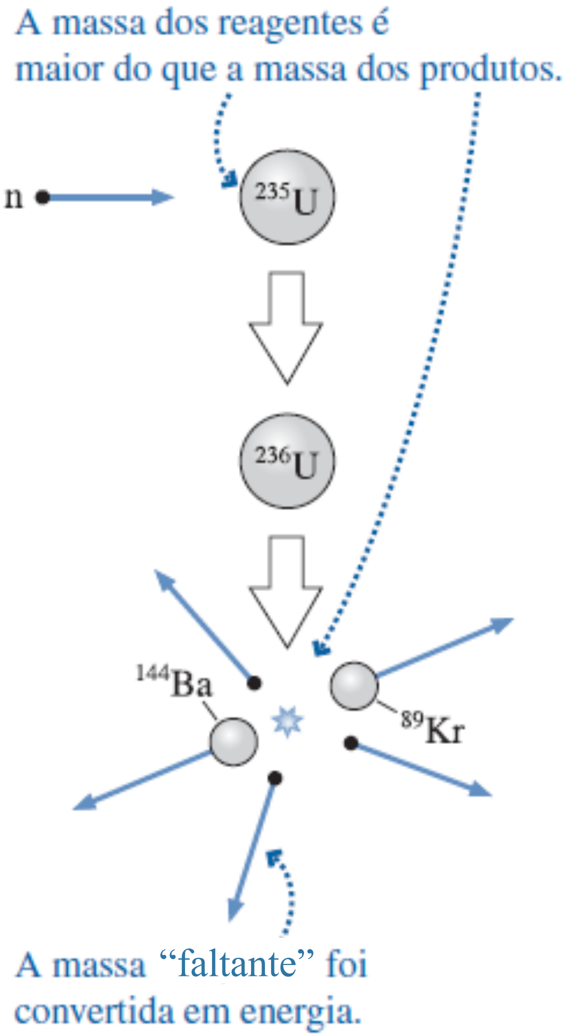
A massa dos reagentes é maior que as dos produtos todos somados!

$$\Delta M = M_{antes} - M_{depois} = 3.07 \times 10^{-28}\ Kg.$$

Massa 'faltante': convertida em ENERGIA

$E_0 = (\Delta M)c^2 = 2.8 \times 10^{-11}$J liberados em cada reação

Com 1 mol ($N_A = 6.02 \times 10^{23}$ átomos) obtém-se uma energia gigantesca!!



Energia relativística

Faz sentido portanto definir a **energia relativística total** de um corpo (incluindo as energias cinética e de repouso) como:

$$\boxed{E_{Relativística} = K + mc^2 = \gamma_p mc^2}$$

Obs: Limite clássico: para u << c, obtemos

$$E_{Relativistico} \simeq mc^2\left(1 + \frac{u^2}{2c^2}\right) = mc^2 + E_{Newtoniano}$$

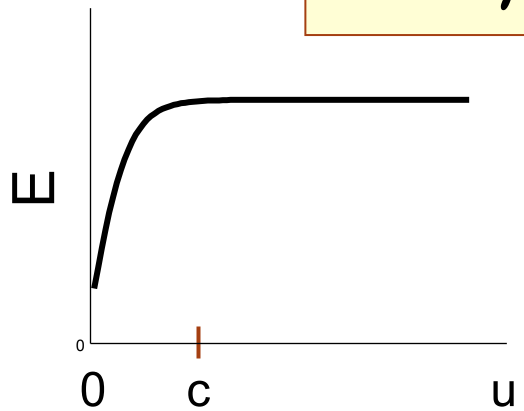
Novamente: tb podemos dizer que este limite vale quando K << E_0

Energia relativística

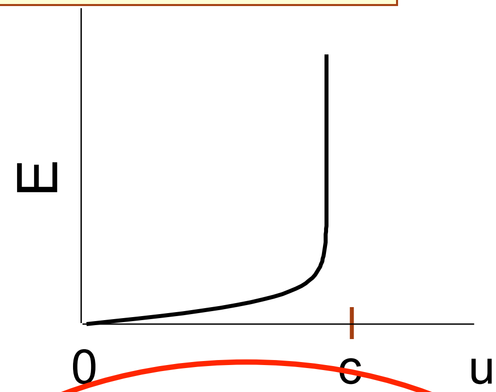
Qual gráfico representa a energia relativística total de uma partícula de massa m, em função da sua velocidade u ?

$$E = \gamma_p mc^2 = K + mc^2$$

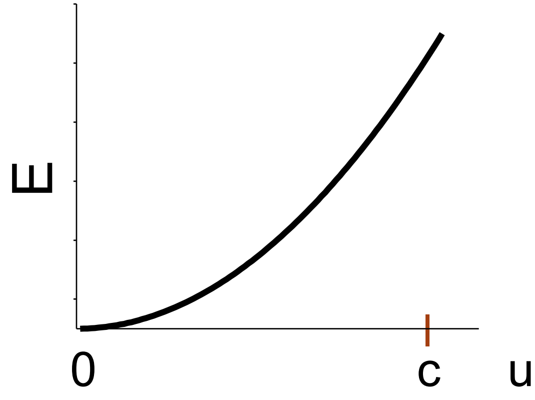
a)



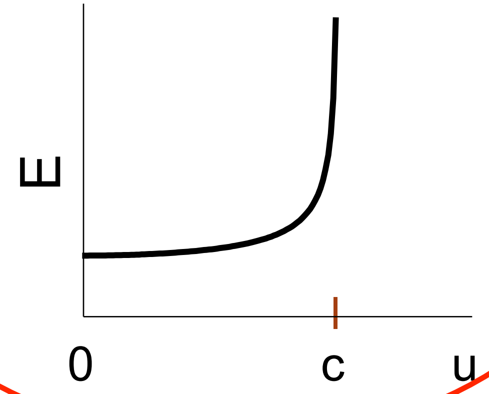
b)



c)



d)



Equivalência de Mass e Energia

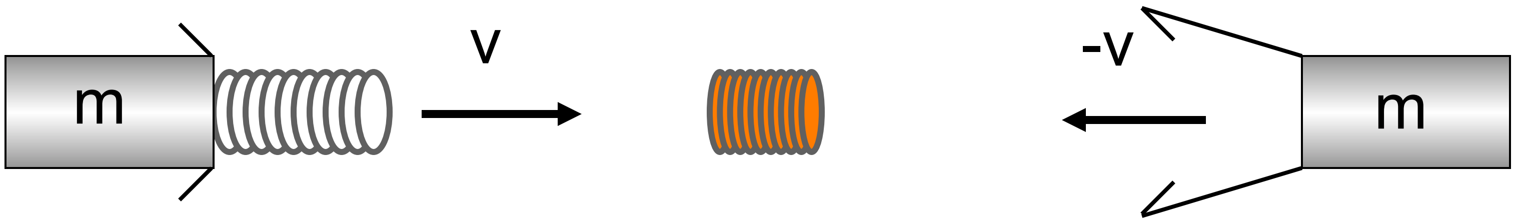
$$E_1 = \gamma mc^2 = K + mc^2$$

$$E_2 = \gamma mc^2 = K + mc^2$$

Energia Total:

$$E_{tot} = E_1 + E_2 = 2K + 2mc^2$$

Equivalência de Massa e Energia



A conservação da energia total requer que a energia final $E_{tot,final}$ seja igual à energia $E_{tot,ini}$ antes da colisão. Portanto:

$$E_{tot,final} = Mc^2 = 2K + 2mc^2 = E_{tot,ini}$$

Vemos que a massa total M do sistema final é maior que a soma das massas das duas partes! M>2m.

A energia potencial dentro de um objeto contribui para sua massa!!!

Energia e Momento linear relativísticos

$$P_{relat} = \gamma_p m u \; ; \qquad E_{relat} = \gamma_p m c^2$$

Relação útil ligando momento e energia para 1 partícula

(generaliza a expressão Newtoniana K = P^2 /2m)

$$E_{relat} = \sqrt{m^2 c^4 + P_{relat}^2 c^2}$$

Vale em qualquer referencial inercial

Prova: $E_{relat}^2 = \gamma_p^2 m^2 c^4 = m^2 c^4 \left(\frac{1}{1 - \frac{u^2}{c^2}} \right) = m^2 c^4 \left(1 + \frac{u^2}{c^2 - u^2} \right)$

$$= m^2 c^4 + \frac{m^2 u^2 c^2}{1 - \frac{u^2}{c^2}} = m^2 c^4 + P_{relat}^2 c^2$$

Energia e Momento linear relativísticos

$$P_{relat} = \gamma_p mu \;; \qquad E_{relat} = \gamma_p mc^2$$

P: como essas quantidades se transformam quando realizamos uma transformação de Lorentz?

Considere 1 partícula se movendo de (x, t) para (x + dx, t + dt) em um ref. *S*. Vamos transformar as expressões P_{relat} e E_{relat} acima para um ref. *S'* se movendo com vel. *v* com relação a *S*:

$u\gamma_p$

$$\frac{m}{d\tau}\,dx' = \frac{m}{d\tau}\,\gamma\,(dx - v\,dt)$$

γ_p

$$\frac{mc^2}{d\tau}\,dt' = \frac{mc^2}{d\tau}\,\gamma\,(dt - v\,dx/c^2)$$

$$P'_{relat} = \gamma\,(P_{relat} - vE_{relat}/c^2)$$

$$E'_{relat} = \gamma\,(E_{relat} - vP_{relat})$$

Transformações de Lorentz para momento e energia Relativísticos

Energia e Momento linear relativísticos

$$P_{relat} = \gamma_p m u \ ; \qquad E_{relat} = \gamma_p m c^2$$

P: como essas quantidades se transformam quando realizamos uma transformação de Lorentz?

Considere 1 partícula se movendo de (x, t) para (x + dx, t + dt) em um ref. *S*. Vamos transformar as expressões P_{relat} e E_{relat} acima para um ref. *S'* se movendo com vel. *v* com relação a *S*:

Obs: Para um sistema de *n* partículas, somando essas transformações sobre todas as partículas, vemos que elas valem também para o momento e energia **totais** do sistema

$$P'_{relat} = \gamma\,(P_{relat} - vE_{relat}/c^2)$$

$$E'_{relat} = \gamma\,(E_{relat} - vP_{relat})$$

Transformações de Lorentz para momento e energia Relativísticos

Energia e Momento linear relativísticos

Consequencia: se, num dado referencial *S* observarmos que um sistema satisfaz

$$P^{i}_{relat} = P^{f}_{relat} \quad \text{e} \quad E^{i}_{relat} = E^{f}_{relat}$$

então um observador no ref. *S'* também observará que

$$P'^{i}_{relat} = P'^{f}_{relat} \quad \text{e} \quad E'^{i}_{relat} = E'^{f}_{relat}$$

Obs: Para um sistema de *n* partículas, somando essas transformações sobre todas as partículas, vemos que elas valem também para o momento e energia **totais** do sistema

$$P'_{relat} = \gamma\,(P_{relat} - vE_{relat}/c^2)$$

$$E'_{relat} = \gamma\,(E_{relat} - vP_{relat})$$

Transformações de Lorentz para momento e energia Relativísticos

Energia e Momento linear relativísticos

Consequencia: se, num dado referencial *S* observarmos que um sistema satisfaz

$$P^{i}_{relat} = P^{f}_{relat} \quad \text{e} \quad E^{i}_{relat} = E^{f}_{relat}$$

então um observador no ref. *S'* também observará que

$$P'^{i}_{relat} = P'^{f}_{relat} \quad \text{e} \quad E'^{i}_{relat} = E'^{f}_{relat}$$

Com essas definições de *P* e *E*, a conservação de momento e energia torna-se uma propriedade física que **independe da escolha do referencial inercial**, obedecendo assim ao Princípio da Relatividade